



مرکز تحقیقات و آموزش کشاورزی و منابع طبیعی فارس

پژوهش‌های آبخیزداری

شاپا: ۲۰۳۸-۲۹۸۱



مادان تحقیقات، آموزش و ترویج کشاورزی

تحلیل احتمالاتی شدت و مدت خشک‌سالی استان خراسان شمالی با استفاده از تابع‌های کاپولا

مهدی تیموری^{۱*}، امید اسدی‌نلیوان^۲، سارا الهی^۳

۱ - استادیار گروه مهندسی طبیعت، دانشکده‌ی کشاورزی شیروان، دانشگاه بجنورد

۲ - دانش‌آموخته‌ی دکتری علوم و مهندسی آبخیز، دانشگاه علوم کشاورزی و منابع طبیعی گرگان

۳ - دانش‌آموخته‌ی کارشناس ارشد هیدروژئومورفولوژی، دانشگاه حکیم سبزواری

چکیده‌ی مبسوط

مقدمه و هدف

خشک‌سالی‌ها مجموعه‌ای از اثرهای محیط‌زیستی، اجتماعی و اقتصادی منفی را در یک منطقه یا کشور دارند. از این‌رو استفاده و تحلیل از یک شاخص ماهانه که بتواند علاوه بر اندازه‌ی بارش، اثر تبخیر را نیز در اندازه‌ی عددی شاخص در نظر بگیرد، در تعیین سنجه‌های خشک‌سالی بسیار مفید است. سنجه‌های مختلف نیز ترکیبی از متغیرها با توزیع حاشیه‌ای متفاوت بوده و به‌این منظور تحلیل آماری آنها مشکل است. بنابراین برای تعیین ساختار وابستگی بین دو یا چند متغیر تصادفی می‌توان از تابع‌های کاپولا استفاده کرد که توزیع حاشیه‌ها از مدل سازی ساختار وابستگی بین متغیرها جدا می‌شود.

مواد و روش‌ها

در این پژوهش از شاخص شناسایی خشکی (RDI) برای تعیین شدت و فاصله‌های خشک‌سالی شش ایستگاه هواشناسی استان خراسان شمالی بین سال‌های ۱۳۹۷-۱۳۶۷ استفاده شد، و از تابع‌های کاپولا به‌منظور تحلیل هم‌زمان شدت و مدت مزبور نیز استفاده شد. ۲۶ تابع مختلف کاپولا با استفاده از اندازه‌های آماره‌های مختلف بررسی شد. همچنین از دو روش بهینه‌سازی محلی و شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف با تخمین گر بی‌زین جهت برآورد عددی توزیع پسین سنجه‌های کاپولای منتخب استفاده شد. برای ارزیابی برازش کاپولاهای مختلف نیز

نوع مقاله: پژوهشی

*مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: M.teimouri@ub.ac.ir

استناد: تیموری، م.، اسدی‌نلیوان، ا.، الهی، س. ۱۴۰۲. تحلیل احتمالاتی شدت و مدت خشک‌سالی استان خراسان شمالی با استفاده از تابع‌های کاپولا. پژوهش‌های آبخیزداری، ۳۶ (۲): ۵۲-۳۶.

شناسه‌ی دیجیتال: 10.22092/wmrj.2022.359052.1479

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۳/۲۸، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۴/۲۶، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۳۰، تاریخ انتشار: ۱۴۰۲/۰۴/۰۱
پژوهش‌های آبخیزداری، سال ۱۴۰۲، دوره‌ی ۳۶، شماره‌ی ۲، شماره‌ی پیاپی ۱۳۹، تابستان ۱۴۰۲، صفحه‌های ۳۶ تا ۵۲.

ناشر: مرکز تحقیقات و آموزش کشاورزی و منابع طبیعی استان فارس ©نویسندگان



از معیارهای رایج اندازه‌گیری برازش مناسب کاپولاهای مختلف شامل میانگین مربع‌های خطا، معیار اطلاعات بیزی، اطلاعات آکائیکه و معیار کارایی نش-ساتکلیف استفاده شد.

نتایج و بحث

در تمام ایستگاه‌ها اندازه‌ی ضریب همبستگی با دو آزمون پیرسون و کندال مثبت بود و روند یکسانی داشتند. نتایج آزمون کولموگروف اسمیرنوف در سطح معنی‌داری پنج درصد جهت انتخاب توزیع بهینه نشان داد که توزیع پارتوی تعمیم‌یافته برای شدت و مدت خشک‌سالی ایستگاه بجنورد و توزیع نمایی برای سایر ایستگاه‌ها به‌عنوان توزیع برازش‌یافته مناسب‌تر است. تابع بهینه برای ایستگاه‌های بجنورد و مانه و سملقان تابع بور، ایستگاه‌های جاجرم و شیروان، تابع جو، ایستگاه فاروج، تابع گلامبوس و ایستگاه اسفراین، تابع BB1 بود. نتایج روش بهینه‌سازی محلی مطابقت بالایی با روش مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف دارد. برای دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ ساله در ایستگاه بجنورد شدت خشک‌سالی ۶/۸، در ایستگاه اسفراین شدت خشک‌سالی ۷/۸، در ایستگاه فاروج شدت خشک‌سالی ۷/۵، در ایستگاه جاجرم شدت خشک‌سالی ۷/۸، در ایستگاه مانه و سملقان شدت خشک‌سالی ۸ و در ایستگاه شیروان شدت خشک‌سالی ۸/۲ به‌دست آمد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این پژوهش، قابلیت بالای تابع‌های کاپولا در حل مسائل دو متغیره را نشان داد و استفاده از تمام تابع‌های ممکن در انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای و کاپولا در حل مسائل را توصیه می‌کند. همچنین مطابقت بالای دو روش بهینه‌سازی محلی و مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف برای برآورد فراسنجه‌های تابع‌ها به‌دلیل طول دوره‌ی آماری کم استفاده است. بررسی قابلیت‌های این تابع‌ها در حل موضوع‌های چندمتغیره، اجرای سایر برآوردگرهای مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف و استفاده از داده‌های طولانی‌تر برای مقایسه‌ی الگوهای مختلف بهینه‌سازی در پژوهش‌های آینده پیشنهاد می‌شود.

واژگان کلیدی: تابع مفصل، حداکثر درست‌نمایی، شاخص شناسایی خشکی، معیار AIC، معیار BIC

مقدمه

سایر متغیرها مانند دما و تبخیر-تعرق نیز می‌تواند نقش مهمی در رخداد خشک‌سالی و ارزیابی آن داشته باشند (ویسنت‌سراتو و همکاران ۲۰۱۰). بنابراین در این پژوهش یکی از پرکاربردترین شاخص‌های تعیین خشک‌سالی به نام RDI که به‌شکل هم‌زمان از بارش و تبخیر-تعرق بالقوه بهره می‌برد، استفاده شد. به این شاخص به‌دلیل در نظر گرفتن متغیر تبخیر-تعرق نسبت به شاخص معمول SPI که تنها از متغیر بارش استفاده می‌کند بیشتر توجه شده است. در این راستا شکوهی (۲۰۱۲) با مقایسه‌ی دو شاخص SPI و RDI برای تحلیل خشک‌سالی کشاورزی در قزوین و تاکستان به حساسیت بیشتر شاخص RDI در خشک‌سالی‌های بسیار شدید و نتایج بهتر آن اشاره کرده است. خلیلی و همکاران (۲۰۱۱) نیز در بررسی منطقه‌های اقلیمی مختلف ایران نتیجه‌ی مشابهی به‌دست آوردند. همچنین گزارش‌های مختلف علمی، الگوهای پرشمار نوسانی متغیرهای بارش و دما را گزارش کرده‌اند (IPCC ۲۰۱۳، ۲۰۱۴). با استناد به آن‌ها برخی پژوهش‌گران در شرایط تغییر اقلیم به مزیت‌های شاخص RDI اشاره کرده‌اند (شکوهی و مروتی ۲۰۱۵، اسدی‌زارچ و همکاران

خشک‌سالی یک پدیده‌ی تصادفی طبیعی است که ناشی از کمبود قابل توجه بارش بوده و با افزایش دما در اندازه‌ی جهانی، اثرهای گسترده‌ای در زیست‌بوم‌های مختلف دارد (هان و همکاران ۲۰۱۸). اگرچه این پدیده تقریباً در تمام منطقه‌های اقلیمی اتفاق می‌افتد ولی در هر منطقه شدت و مدت متفاوتی دارد (میشرا و سینگ ۲۰۱۰). ساختارهای خشک‌سالی کاربردهای مهمی در برنامه‌ریزی‌های منابع آب و آب‌رسانی دارند که با موضوع‌های اقتصادی و اجتماعی جامعه‌ها مرتبط است. از این‌رو در دهه‌های کنونی پژوهش‌های خشک‌سالی توجه ویژه‌ای را به خود جلب نموده است. ارزیابی خطر خشک‌سالی از دیدگاه‌های مختلف هواشناسی، آب‌شناسی و کشاورزی بررسی می‌شود و در هر سه دیدگاه مزبور، تحلیل رابطه‌های عددی بین داده‌های اقلیمی، شاخص آماری جدیدی را توسعه می‌دهد و تحلیل پیچیده‌ی خشک‌سالی‌ها (عمدتاً به‌دلیل دخالت عامل‌های مختلف) را ساده می‌کند (اتکور و همکاران ۲۰۲۱). اگرچه داده‌های بارش در تمام شاخص‌ها به‌عنوان مهم‌ترین متغیر استفاده شده است، اما استفاده از یک متغیر به‌تنهایی بیانگر شدت و مدت خشک‌سالی نبوده و

۲۰۱۵). از آنجایی که خشک‌سالی‌ها با کاربرد چندین متغیر تصادفی همبسته توصیف می‌شوند، رویکرد آماری چندمتغیره اهمیت زیادی در بررسی آن‌ها دارد. از طرف دیگر توزیع‌های چندمتغیره سنتی محدودیت‌هایی دارند؛ به‌عنوان مثال توزیع‌های حاشیه‌ای تابع‌های استفاده شده در شبیه‌سازی باید یکسان باشند. همچنین چندین توزیع چندمتغیره قابلیت شبیه‌سازی همبستگی بین متغیرها را ندارند (گانگولی ۲۰۱۴). یو و همکاران (۱۹۹۹)، مدل ترکیبی گامبل با توزیع‌های حاشیه‌ای گامبل را برای تحلیل فراوانی سیل استفاده کرد ولی در شرایط بالا یا پایین بودن ضریب همبستگی پیرسون، مدل با شکست مواجه شد. روش‌های سنتی از نظر ریاضی پیچیده‌اند و همه‌ی این مدل‌های چندمتغیره از ضریب همبستگی پیرسون به‌عنوان سنجه‌ی وابستگی استفاده می‌کنند. ضریب همبستگی پیرسون در شرایطی که رابطه‌ی بین متغیرها غیرخطی است، به‌تنهایی آماری مناسبی به‌شمار نمی‌آید. با استفاده از کاپولا برخی از محدودیت‌های توزیع‌های چندمتغیره سنتی تا اندازه‌ای برطرف می‌شوند (گنست و فاور ۲۰۰۷). این تابع می‌تواند مسائل ساختاری وابسته با همبستگی غیرخطی را حل کرده و متغیرهای خشک‌سالی با توزیع‌های احتمالاتی متفاوت را با هم تلفیق کند (سالوادوری و میچله ۲۰۱۰). البته هرچند در استفاده از کاپولا در ابعاد زیاد به‌دلیل ساختار پیچیده‌ی آن، محدودیت‌های خاصی است ولی در سال‌های کنونی به شکل گسترده‌ای در آب‌شناسی و شبیه‌سازی پدیده‌های حدی مانند خشک‌سالی و سیل‌ها استفاده شده است. چون در آب‌شناسی توزیع‌های احتمالاتی حاشیه‌ای و تابع‌های مختلف کاپولا برای رابطه‌ی بین متغیرها می‌تواند استفاده شود.

تاکنون بررسی‌های انجام شده بر تابع‌های مختلف کاپولا، توزیع‌های حاشیه‌ای و نبودن قطعیت از نگرانی‌های مهم پژوهش‌گران بوده است. توسون اوغلو و کیسی (۲۰۱۶) از تابع‌های کاپولا برای شبیه‌سازی حداکثر شدت و مدت سالانه در ترکیه استفاده کردند و تابع گامبل را مناسب‌تر تشخیص دادند. ژائو و همکاران (۲۰۱۷) در حاشیه‌ی رود وی‌هه با مقایسه‌ی شش توزیع حاشیه‌ای و سه کاپولای ارشمیدسی نتیجه گرفتند که تغییرهای دوره‌ی بازگشت خشک‌سالی‌ها به انتخاب توزیع‌های حاشیه‌ای و تابع‌های کاپولای انتخابی بستگی داشته و با افزایش دوره‌های بازگشت، اختلاف آن‌ها بیشتر شد. همچنین صادق و همکاران (۲۰۱۷) ابزاری برای ارزیابی تابع‌های مختلف کاپولا پیشنهاد کردند و رویکرد مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف را برای برآورد عددی توزیع پسین سنجه‌های کاپولا معرفی کردند. یانگ و همکاران (۲۰۱۸) توسعه‌ی

تابع‌های کاپولای چند بعدی برای ساخت یک شاخص خشک‌سالی چندمتغیره‌ی غیرخطی ترکیبی را انجام دادند و کارایی بالای آن را گزارش کردند. در آبخیز رود هی‌هه‌ی چین به‌وسیله‌ی لی و همکاران (۲۰۲۰) بررسی و توسعه‌ی منحنی‌های خشک‌سالی شدت، مدت و فراوانی و ارزیابی نبودن قطعیت آن انجام شد. آنها ضمن مقایسه‌ی ده تابع کاپولا، نتیجه گرفتند که منابع نبودن قطعیت شامل تابع‌های مختلف، برآورد سنجه‌ی کاپولا و داده‌های ورودی است. همچنین تابع‌های گامبل، کلایتون و فرانک را برای شبیه‌سازی ساختار وابستگی شدت و گستره‌ی خشک‌سالی پیشنهاد کردند. اولاه و اکبر (۲۰۲۱) در پاکستان، پنج منطقه‌ی اقلیمی را با استفاده از شاخص‌های RDI ، SPI و تابع‌های کاپولا تعیین کردند و بین سه تابع کلایتون، گامبل هوگارد و گالامبوس، تابع گامبل هوگارد را به‌عنوان بهترین تابع معرفی کردند. در پژوهش‌های داخل ایران نیز به‌وسیله‌ی موسوی‌ندوشنی و همکاران (۲۰۱۸) تحلیل فراوانی دو متغیره‌ی خشک‌سالی در آبخیز قره‌سو گرگان‌رود با استفاده از تابع‌های کاپولا و شاخص SPI انجام شد و از بین سه تابع فرانک، گامبل هوگارد و کلایتون، تابع گامبل هوگارد را به‌عنوان بهترین تابع معرفی کردند. در آبخیز اهرچای آذربایجان شرقی به‌وسیله‌ی علیایی و همکاران (۲۰۱۹) گسترش شاخص ترکیبی خشک‌سالی منطقه‌ای با تابع‌های کاپولا انجام شد و از بین پنج تابع گوسین، تی، کلایتون، گامبل و فرانک، تابع تی را به‌عنوان بهترین کاپولا معرفی کردند. در شاهرود دانش‌زاده و همکاران (۲۰۱۹) برای تحلیل خشک‌سالی هواشناسی از تابع‌های کاپولا استفاده کردند و تابع کاپولا گالامبوس را مناسب‌ترین تابع برای تحلیل دو متغیره معرفی کردند. جهان‌نمایی و همکاران (۲۰۲۰) از تابع‌های کاپولای دو بعدی برای ایجاد توزیع دو متغیره‌ی شدت و مدت خشک‌سالی ایستگاه سقز و سندج استفاده کردند و نتیجه گرفتند که تابع کاپولای فرانک مناسب‌ترین کاپولا برای ایجاد توزیع دو متغیره‌ی شدت و مدت خشک‌سالی است. در منطقه‌های خشک و نیمه‌خشک ایران بذرافشان و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از منحنی‌های شدت و مدت براساس تابع‌های کاپولا، خطر منطقه‌ای خشک‌سالی را تحلیل کردند. آنها بعد از تعیین منطقه‌های همگن با استفاده از روش خوشه‌بندی فازی، با شاخص SPI ، شدت و مدت خشک‌سالی‌ها را تعیین کردند و دریافتند که در منطقه‌ی مرکز و شمال شرق ایران، توزیع لجستیک تعمیم‌یافته و در منطقه‌ی جنوب و جنوب شرقی ایران، توزیع ویکبای برازش بهتری با داده‌ها داشت. همچنین تابع کاپولای گامبل در منطقه‌های مرکزی ایران و تابع

نتایج دوره بازگشت شدت و مدت خشک‌سالی در ایستگاه‌های مختلف بررسی و تحلیل می‌شود.

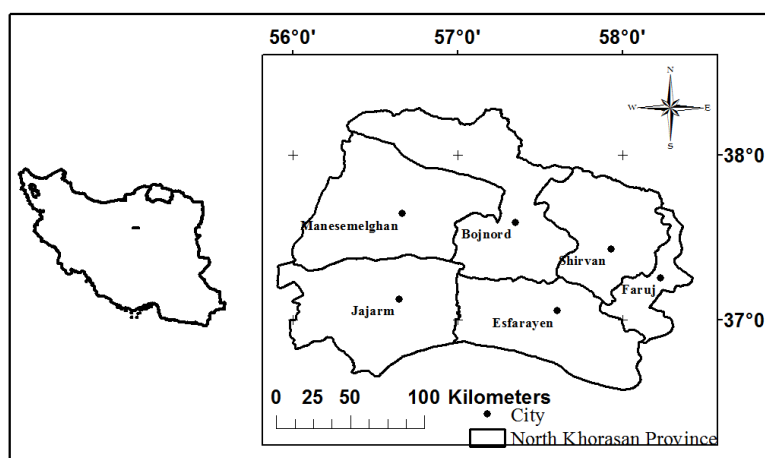
مواد و روش‌ها

موقعیت جغرافیایی منطقه‌ی پژوهش

استان خراسان شمالی با پهنا ۲۸ هزار کیلومتر مربع در شمال شرق کشور قرار دارد و در سمت شمال آن اقلیم‌ها متفاوت است. از قسمت جنوب در حاشیه‌ی کویر مرکزی ایران و مجاور بیابان‌های کشور ترکمنستان است. اما در گستره‌ی داخلی آن به دلیل شرایط پستی بلندی خاص و جهت غربی-شرقی رشته‌کوه‌های کپه‌داغ در شمال و آلاداغ در جنوب (انتهای رشته کوه البرز) اقلیم‌های متنوعی است. این استان یکی از قطب‌های مهم کشاورزی در کشور بوده که خشک‌سالی‌های پر شمار سبب کاهش ذخیره‌ی مخزن‌ها، افت شدید آب‌های زیرزمینی و خسارت به کشت محصولات دیم شده است (ملکی و ترکمانی ۲۰۱۵). زمین‌های زراعی ۱۲٪ مساحت استان را تشکیل داده که از این اندازه حدود نیمی از آن زراعت دیم می‌باشد. رود اترک (به‌عنوان تنها رود دائمی شرق ایران) و سرشاخه‌های پر شمار آن اهمیت ویژه‌ای در تأمین منابع آب استان دارد. اندازه‌ی بارش سالانه از ۱۳۰ تا ۵۰۰ میلی‌متر متغیر بوده و میانگین آن ۲۳۰ میلی‌متر است. بیشینه‌ی آن در شهرستان مانه و سملقان (ایستگاه درکش) با اندازه‌ی ۴۶۸ میلی‌متر و کمینه‌ی آن با اندازه‌ی ۱۲۰ میلی‌متر در ایستگاه جاجرم گزارش شده است. میانگین دمای استان ۱۳°C است و اقلیم آن براساس روش دومارتن، نیمه‌خشک تا خشک است (شاملو و همکاران ۲۰۱۸). موقعیت استان در کشور و شهرهای مختلف آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

گوسین در منطقه‌های مرکزی، شرقی و جنوبی ایران رابطه‌ی بهتری بین متغیرها برقرار کرد. باید توجه داشت که در این پژوهش قسمت‌های شمال‌خراسان، شمال و غرب کشور پوشش داده نشده است و شش تابع کاپولا استفاده شده شامل گوسین، تی، کلایتون، فرانک، جو و گامبل بود.

خانواده‌های گوناگونی از تابع‌های کاپولا شامل کاپولا‌های بیضوی (نرمال و تی)، ارشمیدسی (کلایتون، گامبل، علی-میخائیل-حق)، اندازه‌ی حدی (گامبل، هاسلر-رایس، گلامبوس، تاون) و خانواده‌های دیگر (پلاکت و فارلی-گامبل-مورگسترون) است (میرعباسی و همکاران ۲۰۱۲). در پژوهش‌هایی اشاره شده است که فقط برخی از آنها مانند تابع‌های خانواده‌ی ارشمیدسی و اندازه‌ی حدی به دلیل ساختار ساده و بیان شفاف ریاضی کاربردی بوده و در پژوهش‌های آب‌شناسی بیشتر استفاده شده‌اند (ژانگ و سینگ ۲۰۰۷، نلسن ۲۰۰۷، گوینداراجو ۲۰۱۹). همچنین پیشنهاد محبوب‌ترین کاپولاها به‌وسیله‌ی دودمان و همکاران (۲۰۲۱) نیز خانواده‌ی فارلی-گامبل-مورگسترون و ارشمیدسی بود. جاسر و مین (۲۰۲۱) کاپولا‌های بیضوی متقارن را به‌عنوان بهترین تابع‌های کاپولا پیشنهاد دادند. از آنجایی که معمولاً پدیده‌های خشک‌سالی به‌شکل عمده در دو خصوصیت شدت و مدت نمایان است، این پژوهش، کوششی برای به‌کارگیری انواع مختلف تابع‌های کاپولا با ساختارهای متفاوت برای بیان شدت و مدت خشک‌سالی‌ها با استفاده از شاخص RDI در شهر/ایستگاه‌های مختلف استان خراسان شمالی است. در این پژوهش مقایسه‌ی دو روش بهینه‌سازی محلی و شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف با تخمین‌گر بیزین انجام می‌شود که به برآورد عددی توزیع پسین سنج‌های کاپولای منتخب منجر خواهد شد. در نهایت



شکل ۱- موقعیت استان خراسان شمالی در ایران و شهرستان‌های بررسی شده.

Figure 1. The Location of North Khorasan Province in Iran and the Investigated Cities.

$$\alpha_k = \frac{\sum_{j=1}^k P_j}{\sum_{j=1}^k PET_j} \quad (1)$$

$$RDI_n(k) = \frac{\alpha_k}{\bar{\alpha}_k} - 1 \quad (2)$$

$$RDI_{st}(k) = \frac{y_k - \bar{y}_k}{\sigma_k} \quad (3)$$

P و PET به ترتیب بارش و تبخیر-تعرق بالقوه در ماه j است. k شماره‌ی ماه، y_k معادل $\ln \alpha_k$ و σ انحراف معیار است. طبقه بندی شدت خشکی شاخص

شاخص شناسایی خشکی (RDI)

شاخص شناسایی خشکی به وسیله‌ی تساکریس و همکاران در سال ۲۰۰۸ با این استدلال که متغیر بارش به تنهایی قادر به بیان خشکسالی نیست، ابداع شد. آنها تأثیر دما و تبخیر-تعرق در رطوبت در دسترس گیاهان را در شاخص خود گنجانده و معادله‌های ۱ تا ۳ را به ترتیب در سه شکل اندازه‌ی اولیه، اندازه‌ی بهنجار شده‌ی شاخص و اندازه‌ی استاندارد شده پیشنهاد کردند (تیگ کاس و همکاران ۲۰۱۹).

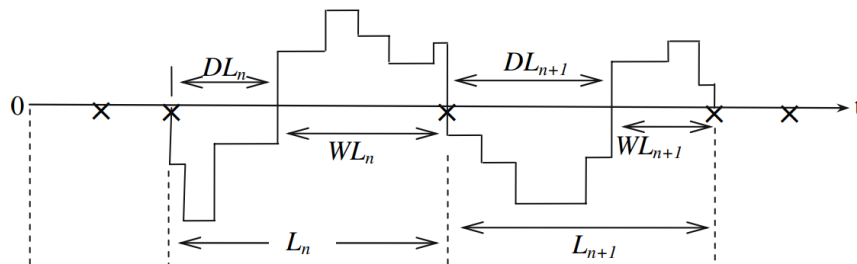
جدول ۱- طبقه بندی شدت خشکی شاخص RDI

Table 1. Classification of Drought Severity in RDI Index.

Classification	Value
Extremely Wet	≥ 2
Very Wet	1.5 to 1.999
Moderately Wet	1 to 1.499
Normal	-0.99 to 0.99
Moderately Dry	-1 to -1.49
Very Dry	-1.5 to -1.99
Extremely Dry	$-2 \leq$

شاخص در طول دوره‌ی خشکسالی است. اندازه‌ی کمینه، معادل کمینه‌ی شاخص در دوره‌ی مزبور و فاصله‌ی زمانی، گام شروع خشکسالی تا شروع دوباره‌ی خشکسالی است. برای برآورد تبخیر-تعرق از روش تورنوایت و برای محاسبه‌ی شاخص شناسایی خشکی از نرم افزار DrinC (تیگ کاس و همکاران ۲۰۱۵) در دوره‌ی زمانی سال‌های ۱۳۶۷-۱۳۹۷ استفاده شد.

RDI در جدول (۱) نشان داده شده است (تساکریس و همکاران ۲۰۰۸). در هر رخداد خشکسالی چهار خصوصیت مدت (DL)، شدت، حداقل و فاصله‌ی زمانی (L) بین شروع دو خشکسالی است (شکل ۲). مدت، تعداد ماه‌هایی است که شاخص زیر اندازه‌ی آستانه است. شدت، اندازه‌ی تجمعی



شکل ۲- نمودار خصوصیت‌های مختلف خشکسالی و ترسالی‌ها (میشرا و همکاران ۲۰۰۹).

Figure 2. Graphical Demonstration of Different Characteristics of Drought and Wet Years (Mishra et al. 2009).

پیروی کنند، تابعی به نام کاپولا به دست می‌آید که سبب ترکیب تابع‌های توزیع حاشیه‌ای مزبور شده و تابع توزیع همزمان به شکل معادله‌ی ۴ ایجاد می‌شود.

$$F(x_1, \dots, x_n) = C\{(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))\} = \quad (4)$$

$$C(u_1, \dots, u_n), x_1, \dots, x_n \in R$$

تابع کاپولا و نکویی برآزش آن

اولین بار، اسکالر در سال ۱۹۵۹ تابع‌های کاپولا را به عنوان تابع‌هایی که با پیوستن تابع‌های توزیع حاشیه‌ای مختلف، سبب ایجاد توزیع چندمتغیره جدیدی می‌شود، پیشنهاد کرد (نسلن ۲۰۰۷). اگر متغیرهای تصادفی x_1, \dots, x_n از تابع‌های توزیع حاشیه‌ای دلخواه $F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)$

و معیار کارایی نش-ساتکلیف (۱۰) استفاده شد. برای سه معیار اول، هر تابعی که اندازه‌ی کمتری داشته باشد تابع کاپولای مناسب‌تر و برای معیار چهارم تابع بهینه، اندازه‌ی نزدیک‌تر به عدد یک است.

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (۶)$$

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_{est} - P_i)^2 \quad (۷)$$

$$BIC = N \ln(MSE) + m \ln(N) \quad (۸)$$

$$AIC = 2m + N \ln(MSE) \quad (۹)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (P_{est} - P_i)^2}{\sum_{i=1}^N (P_{est} - P_{est})^2} \quad (۱۰)$$

P_{est} و P_i به ترتیب احتمال نظری و تجربی، m تعداد سنجها و N تعداد داده‌ها است.

نتایج

برای بررسی ساختار وابستگی شدت و مدت خشک‌سالی، شاخص RDI برای تمام ماه‌های دوره‌ی آماری مزبور در تمام ایستگاه‌ها اجرا شد. بر این اساس اندازه‌ی شدت و مدت خشک‌سالی به ترتیب از مجموع اندازه‌های منفی متوالی شاخص و تعداد شاخص‌های متوالی منفی بر حسب ماه تعیین شد. همچنین از آنجایی که در این پژوهش از تابع‌های مختلفی استفاده شد، لازم بود ضریب‌های همبستگی بین دو متغیر نیز بررسی شود. رابطه‌ی غیرخطی و یا معکوس امکان استفاده از برخی تابع‌ها مثل کلاپتون را محدود می‌کند. همچنین در شرایط مستقل بودن متغیرها، اطلاعات متقابل آنها نیز محدود شده و در شرایط وابستگی شدید، اطلاعات متقابل آنها نیز بیشتر است (لی ۱۹۹۰). نتایج ضریب همبستگی پیرسون و کندال بین داده‌های شدت و مدت خشک‌سالی در جدول ۲ آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در تمام ایستگاه‌ها اندازه‌ی ضریب همبستگی با دو آزمون ذکر شده مثبت بوده و روند یکسانی داشت و این یافته استفاده از تابع‌های کاپولا مختلف را توجیه می‌کند.

تابع کاپولا دو متغیره‌ی این پژوهش (شدت و مدت خشک‌سالی) به شکل معادله‌ی ۵ است.

$$C(u, v) = F_{DS}(d, s) = C(F_D(d), F_S(s)) \quad (۵)$$

d و s بیانگر شدت و مدت خشک‌سالی و تابع FD و FS بیانگر تابع‌های توزیع حاشیه‌ای همانند آنها است. در این پژوهش ۲۶ تابع کاپولا که برای تابع‌های دو متغیره با ساختاری ساده می‌تواند استفاده شود، آزمایش شده است. تابع‌های مزبور که توضیح ریاضی و سنج‌های آنها در پژوهش صادق و همکاران (۲۰۱۷) آورده شده است شامل گوسین، تی، کلاپتون، فرانک، گامبل، مستقل، علی-میخائیل-حق، جو، فارلی-گامبل-مورگنسترن، گامبل-بارنت، پلاکت، کوادراس-آگ، رافتری، شی-لوئیس، اسپیرمن خطی، مکعبی، بور، نلسن، گالامبوس، مارشال-الکین، فیشر-هینزمن، رچ-الگره، فیشر-کوک، BB1، BB5 و تاون است. برای اجرای تابع‌های مزبور از ابزار MvCAT در نرم افزار متلب (صادق و همکاران ۲۰۱۷) استفاده شد. در ابزار مزبور روش‌های بهینه‌سازی محلی و شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف با رویکرد بیزین برای برآورد سنج‌های تابع‌های مختلف قابل آزمون است. در روش بهینه‌سازی محلی، الگو به دنبال یافتن محلی از یک راه حل به راه حل دیگر در فضایی از راه حل‌های پیش رو (فضای جستجو) با استفاده از تغییرهای محدود حرکت کرده تا به یک راه حل مناسب برسد. روش شبیه‌سازی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف نیز با ساخت یک زنجیره‌ی مارکف به نمونه‌برداری از توزیع احتمال می‌پردازد. الگوهای مختلفی مانند متروپلیس برای ساخت چنین زنجیره‌ی است. رویکرد استفاده شده در حل چنین مسائلی استنباط بیزین است که با اطلاعات اولیه (پیشین) که به شکل یک تابع احتمال بیان می‌شود، مشاهده‌های سیگنال ورودی با توزیع احتمال فرایند را ترکیب کرده و اطلاعات پسین را شکل می‌دهد. مبنای آماری روش‌های مزبور در پژوهش صادق و همکاران (۲۰۱۷) آورده شده است.

ارزیابی برازش کاپولاها

برای ارزیابی برازش کاپولا‌های مختلف از معیارهای رایج اندازه‌گیری برازش مناسب کاپولا‌های مختلف (ما و همکاران ۲۰۱۱) شامل میانگین مربع‌های خطا (معادله ۶ و ۷)، معیار اطلاعات بیزی (۸)، اطلاعات آکائیکه (۹)

جدول ۲- تحلیل ساختار همبستگی داده‌های شدت و مدت خشک‌سالی در ایستگاه‌های پژوهش شده.

Table2. Correlation Structure Analysis of Drought Severity and Duration Data in the Studied Stations.

Station	Pearson	Mann-Kendall	P value
Bojnord	0.751	0.619	0
Esfarayen	0.755	0.627	0
Faruj	0.827	0.693	0
Jajarm	0.700	0.575	0
Manesemelghan	0.673	0.542	0
Shirvan	0.693	0.570	0

توزیع منتخب و سنجه‌های آن برای کلیه ایستگاه‌های بررسی‌شده در جدول ۳ نشان داده شده است. برای دو متغیر بررسی‌شده، توزیع پارتوی تعمیم‌یافته‌ی منتخب در ایستگاه بجنورد و برای سایر ایستگاه‌ها توزیع نمایی است.

پس از تایید وابستگی بین متغیرهای شدت و مدت خشک‌سالی، توزیع‌های مختلف آماری به شکل جداگانه بر متغیرهای مزبور اعمال و برازش داده شد و از آزمون کولموگروف اسمیرنوف در سطح معنی‌داری پنج درصد برای انتخاب توزیع بهینه استفاده شد. نتایج

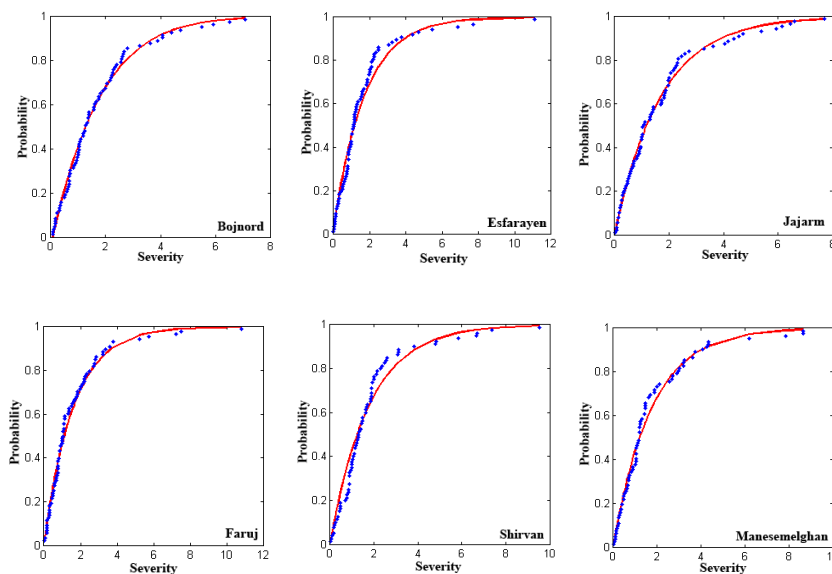
جدول ۳- برآورد سنجه‌ها برای توزیع‌های حاشیه‌ای شدت و مدت خشک‌سالی.

Table3. Estimation of Parameters for Marginal Distributions of Severity and Duration of Drought.

Parameter	Station	Fitted Distribution	Value			
			k	sigma	theta	mu
Severity	Bojnord	Generalized Pareto	-0.096	1.773	0.09	-
	Esfarayen	Exponential	-	-	-	1.69
	Faruj	Exponential	-	-	-	1.6128
	Jajarm	Exponential	-	-	-	1.691
	Manesemelghan	Exponential	-	-	-	1.733
	Shirvan	Exponential	-	-	-	1.772
Duration	Bojnord	Generalized Pareto	22.67	*	1	-
	Esfarayen	Exponential	18.65	*	1	-
	Faruj	Exponential	18.92	*	1	-
	Jajarm	Exponential	17.89	*	1	-
	Manesemelghan	Exponential	19.23	*	1	-
	Shirvan	Exponential	20.94	*	1	-

انطباق مناسب اندازه‌ی تجربی با توزیع‌های حاشیه‌ای منتخب است (شکل ۳).

همچنین توزیع احتمالاتی حاشیه‌ای تجربی (نقطه‌های ناپیوسته) و برازش یافته (نقطه‌های پیوسته) منتخب شدت خشک‌سالی در ایستگاه‌های بررسی‌شده گویای



شکل ۳- توزیع احتمالاتی حاشیه‌ای تجربی (نقطه‌های ناپیوسته) و برازش یافته (نقطه‌های پیوسته) منتخب شدت خشک‌سالی در ایستگاه‌های بررسی شده.

Figure3- Experimental (Points) and Fitted (Solid Points) Marginal Probability Distribution of Drought Severity in the Studied Stations.

جدول ۴ آورده شده است. در ایستگاه‌های بجنورد و مانه و سملقان، تابع Burr، در ایستگاه اسفراین، تابع BB1، در ایستگاه فاروج، تابع گالامبوس و در ایستگاه‌های جاجرم و شیروان، تابع Joe، تابع‌های کاپولای برتر بودند (جدول ۴). باید توجه داشت برخی از تابع‌ها مثل کاپولای علی-میخائیل-حق و FGM برای وابستگی‌های ضعیف، مناسب‌تر هستند (نلسن ۲۰۰۷). در نتایج همبستگی متغیرهای بررسی شده نیز همبستگی خوبی برقرار بود، از این رو تابع‌های یاد شده در نتایج ارزیابی برازش‌ها ملاحظه نشد.

بعد از انتخاب توزیع حاشیه‌ای مناسب برای متغیرهای بررسی شده، بهترین تابع توزیع دو متغیره تعیین و تحلیل شد. این مقایسه با توجه به مقایسه‌ی اندازه‌ی آماره‌های خطای جذر میانگین مربع‌ها و ضریب کارایی نش-سانتکلیف بین اندازه‌های تجربی و نظری احتمال هم‌زمان انجام شد. همچنین برای مقایسه‌ی بهتر، تابع‌های بیشینه درست‌نمایی، AIC و BIC برای سنجه‌های کاپولای مختلف نیز استفاده شد. از آنجایی که در این پژوهش ۲۶ تابع کاپولا بررسی شد، ولی فقط اندازه‌ی آماره‌های خطای تابع‌های کاپولا منتخب در

جدول ۴- تابع‌های کاپولا برازش یافته در ایستگاه‌های بررسی شده.

Table4- Fitted Copula Functions in the Investigated Stations.

Station	Maximum Likelihood	AIC	BIC	RMSE	NSE	P value
Bojnord	Burr	Burr	Burr	0.095	0.999	0.751
Esfarayen	BB1	BB1	BB1	0.070	0.999	0.938
Faruj	Roch-Alegre	Roch-Alegre	Galambos	0.069	0.999	0.970
Jajarm	Joe	Joe	Joe	0.076	0.999	0.974
Manesemelghan	Roch-Alegre	Burr	Burr	0.113	0.998	0.448
Shirvan	Joe	Joe	Joe	0.091	0.999	0.775

برای سایر ایستگاه‌ها که تک سنجه بودند، یک سنجه در جدول مزبور ملاحظه می‌شود. در روش مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف که با ساخت یک زنجیره‌ی مارکف به نمونه‌برداری از توزیع احتمالی می‌پردازد، قابلیت بررسی محدودی نبودن قطعیت امکان داشت (جدول ۵)، هر

سنجه‌های کاپولای برآورد شده در دو روش بهینه‌سازی محلی و مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف در جدول ۵ مشاهده می‌شود. با توجه به اینکه در ایستگاه اسفراین، تابع BB1 که دو سنجه داشت، برازش بهتری نیز داشت، از این رو برای ایستگاه مزبور دو سنجه ولی

چند نتایج روش بهینه‌سازی محلی مطابقت بالایی با روش مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف داشت.

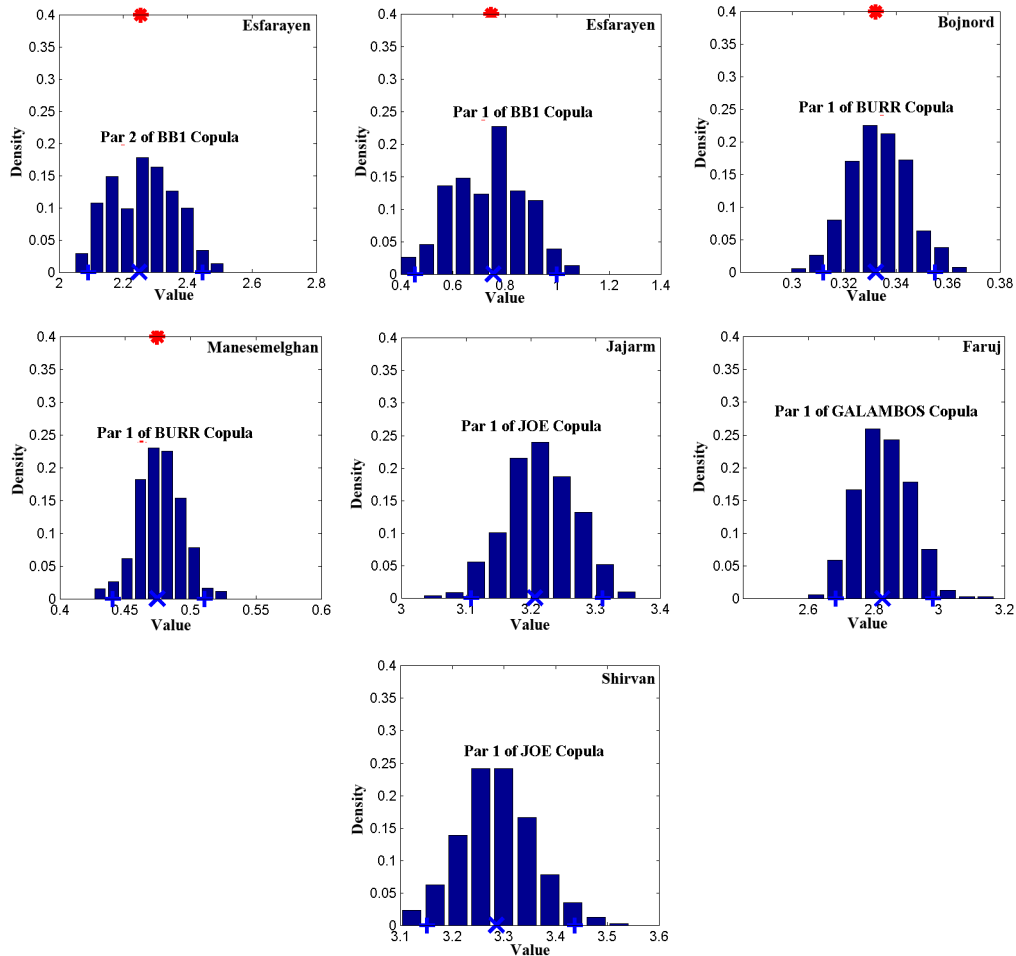
جدول ۵- سنجه‌های کاپولای برآورد شده در روش‌های بهینه‌سازی محلی و مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف.

Table 5. Estimated Copula Parameters in Local Optimization and Markov Chain Monte Carlo Methods.

Station	Local Optimization		Markov Chain Monte Carlo	
	Parameter1	Parameter2	Parameter1 and 95% Uncertainty Ranges	Parameter2 and 95% Uncertainty Ranges
Bojnord	0.332	-	0.332 [0.312 0.355]	-
Esfarayen	0.747	2.254	0.754 [0.455 0.999]	2.25 [2.092 2.448]
Faruj	2.826	-	2.83 [2.683 2.983]	-
Jajarm	3.206	-	3.206 [3.108 3.310]	-
Manesemelghan	0.475	-	0.475 [0.44 0.511]	-
Shirvan	3.286	-	3.286 [3.151 3.436]	-

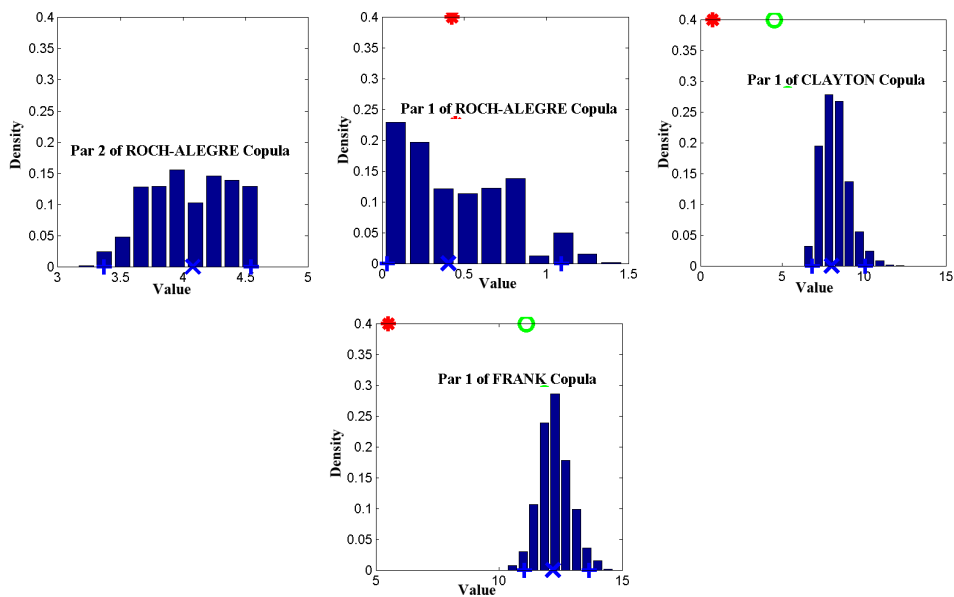
در الگوی بهینه‌سازی محلی ۵/۵ و محدوده‌ی سنجه‌ی ۰.۹۵ الگوی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف بین ۱۱/۰۲ و ۱۳/۶۶ بود. همین‌طور در تابع کلایتون، سنجه‌ی کاپولا در الگوی بهینه‌سازی محلی ۰/۷۳ و محدوده‌ی سنجه‌ی ۰.۹۵ الگوی مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف بین ۶/۸۵ و ۱۰/۰۹ بود. در کاپولای Roch-Alegre هم نمودار ستونی توزیع بهنجاری مشاهده نشد و سنجه‌ی دوم آن نیز خارج از محدوده‌ی قابل نمایش در شکل بود. نکته‌ی قابل توجه نتایج نسبتاً مشابه بین دو الگو بود. این نکته احتمالاً به دلیل طول دوره‌ی آماری کم استفاده است. چون در پژوهش‌های مختلف (صادق و همکاران ۲۰۱۷) یادآور استفاده‌ی با احتیاط بیشتر از الگوهای بهینه‌سازی محلی هستند که به‌طور فراوان در علم‌های مختلف استفاده می‌شوند. همچنین رسم نمودار ستونی توزیع و استفاده از محدوده‌ی نبودن قطعیت با شبیه‌سازی مونت کارلوی توزیع مارکف دید گسترده‌تری نسبت به انتخاب کاپولای مناسب را فراهم کرد.

نمودار ستونی توزیع پسین سنجه‌های کاپولای منتخب استخراج شده از شبیه‌سازی MCMC در ایستگاه‌های بررسی شده در شکل ۴ نشان داده شده است. نکته قابل توجه قرار گرفتن اندازه‌ی سنجه در روش بهینه‌سازی محلی در محدوده‌ی ۰.۹۵ نبودن قطعیت شبیه‌سازی روش مونت کارلوی زنجیره‌ی مارکف و تطابق با توزیع است (علامت ستاره‌ی قرمز بالای نمودار اندازه‌ی سنجه در الگوی بهینه‌سازی محلی و علامت ضربدرآبی محدوده‌ی سنجه می‌باشد). البته باید یادآور شد، این موضوع برای تمام تابع‌ها صدق نمی‌کند. برای نمونه نمودار ستونی توزیع پسین هر دو الگو برای سه تابع فرانک، کلایتون و Roch-Alegre در ایستگاه فاروج در شکل ۵ نشان داده شده است. با توجه به جدول ۴، طبق دو معیار بیشینه‌ی درست‌نمایی و AIC، تابع Roch-Alegre تابع بهینه بود که با توجه به سایر معیارها، تابع گالامبوس انتخاب شد. در تابع فرانک ایستگاه مزبور به‌رغم ضریب نش ساتکلیف ۰/۹۹ و میانگین مجذور مربع‌های خطای ۰/۱۲، سنجه‌ی کاپولا



شکل ۴- توزیع پسین سنجه‌های کاپولای منتخب استخراج شده از شبیه سازی MCMC در ایستگاه‌های بررسی شده.

Figure 4. Posterior Distribution of Selected Copula Parameters Extracted from MCMC Simulation in the Studied Stations.

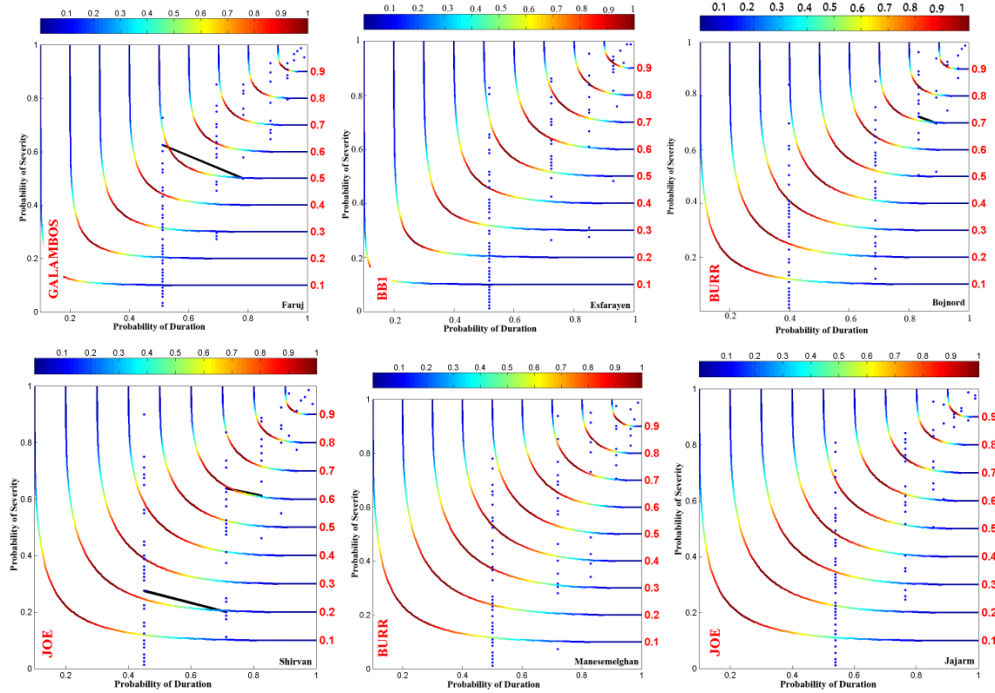


شکل ۵- توزیع پسین سنجه‌های کاپولای فرانک، کلایتون و Roch-Alegre استخراج شده از شبیه سازی MCMC در ایستگاه فاروج.

Figure 5. Posterior Distribution of Frank, Clayton and Roch-Alegre Copula Parameters Extracted from MCMC Simulation at Faruj Station.

ساختار نامتقارن ظاهری فضای احتمالاتی و مشاهده‌ی اندازه‌های احتمالاتی بیشتر است که در مدت‌های کم و شدت‌های همانند بیشتر است. با استفاده از نمودار مزبور می‌توان احتمال رخداد خشکسالی با مدت و شدت بیشتر از یک اندازه‌ی آستانه‌ی مشخص را به‌دست آورد که برای مدیریت خشکسالی در شرایط بحرانی اهمیت دارد.

از آنجایی که شدت و مدت‌های مختلف خشکسالی در شرایط احتمالاتی متفاوت رخ داد، احتمالات توأم به‌شکل خطوط هم‌اندازه قابل نمایش بود. ساختار وابسته و فضای احتمالاتی توأم بین نوسان‌های شدت و مدت خشکسالی با کاپولای منتخب و منحنی‌های هم‌اندازه احتمالاتی هر ایستگاه در شکل ۶ نشان داده شده است. نقاط آبی بیانگر داده‌های مشاهده‌ای است. نکته قابل توجه در شکل مزبور

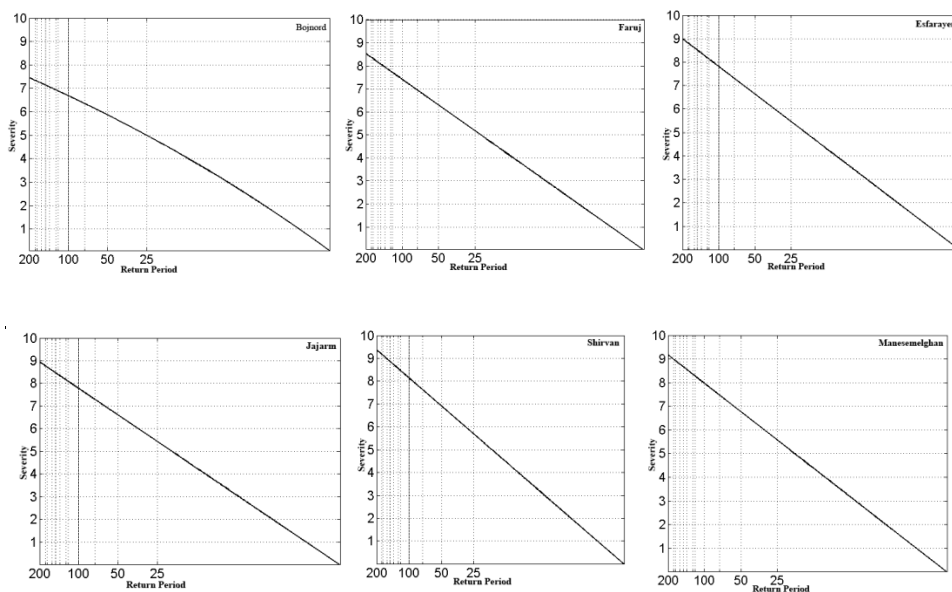


شکل ۶- فضای احتمالاتی متغیرهای شدت و مدت خشکسالی با کاپولای منتخب در ایستگاه‌های بررسی‌شده.

Figure 6. Probability Space of Drought Severity and Duration Variables with Selected Copula in the Studied Stations.

شدت خشکسالی ۷/۸، در ایستگاه مانه و سملقان شدت خشکسالی ۸ و در ایستگاه شیروان شدت خشکسالی ۸/۲ تعیین شد. بنابراین به‌رغم شرایط مشابه پیش‌بینی خشکسالی در شهرهای استان، در شهر بجنورد نسبت به سایر شهرها انتظار شدت خشکسالی کمتر است.

شدت خشکسالی در دوره‌ی بازگشت‌های مختلف در ایستگاه‌های بررسی‌شده با توزیع کاپولای منتخب در شکل ۷ نشان داده شده است. به عنوان مثال برای دوره‌ی بازگشت ۱۰۰ ساله در ایستگاه بجنورد شدت خشکسالی ۶/۸، در ایستگاه اسفراین شدت خشکسالی ۷/۸، در ایستگاه فاروج شدت خشکسالی ۷/۵، در ایستگاه جاجرم



شکل ۷- شدت خشک سالی در دوره های بازگشت های مختلف در ایستگاه های بررسی شده.

Figure 7. Severity of Drought in the Period of Different Returns Periods in the Investigated Stations.

بحث و نتیجه گیری

شد. در شرایطی که در بسیاری از پژوهش ها فقط به شکل محدود از تابع های مزبور استفاده شده، کاربرد تابع های مختلف سبب شد تا در برخی ایستگاه ها تابع های جدیدتری مانند تابع بور و BBI به عنوان تابع های مناسب تری معرفی شوند. بالارین و همکاران (۲۰۲۱) نیز تابع BBI را به عنوان تابع برتر در یکی از ایستگاه های بررسی شده ی برزیل انتخاب کردند. با استفاده از روش بهینه سازی محلی و شبیه سازی مونت کارلوی زنجیره ی مارکف به بهینه سازی سنجه (های) تابع ها و نبودن قطعیت آنها پرداخته شد و توزیع پسین بر روی کاپولای برازش شده رسم و تحلیل شد. استفاده از برآورد بیزین در الگوی مونت کارلوی زنجیره ی مارکف نیز ضعف الگوی زنجیره ی مارکف را که تحت تأثیر نقطه شروع قرار داشت را از بین برد و توزیع مزبور را دقیق تر مشخص کرد. در این پژوهش نتایج روش بهینه سازی محلی با الگوی مونت کارلوی زنجیره ی مارکف یکسان بود که به دلیل کم بودن سری داده های بررسی شده است. این یافته با نتایج صادق و همکاران (۲۰۱۷) مطابقت دارد. سرانجام نمودار اندازه ی شدت خشکی در دوره ی بازگشت های مختلف رسم شد. این بررسی، قابلیت بالای تابع های کاپولا در حل مسائل دو متغیره را نشان داد و استفاده از تمام تابع های ممکن در انتخاب توزیع های حاشیه ای و کاپولا در حل مسائل را توصیه می نماید. همچنین بررسی قابلیت های این تابع ها در حل موضوع های چندمتغیره، اجرای سایر برآوردهای مونت کارلوی زنجیره ی مارکف و استفاده از داده های طولانی تر برای مقایسه ی الگوهای مختلف بهینه سازی در پژوهش های آینده پیشنهاد می شود.

به دلیل فراوانی رخداد خشک سالی ها در دهه های کنونی، درچه های از موضوع های جدید مرتبط با مدیریت خشک سالی و منابع آب برای پژوهش گران گشوده شده است. در این پژوهش به دلیل وابستگی بین متغیرهای شدت و مدت خشک سالی در شاخص RDI از تابع های مختلف کاپولا به عنوان ابزاری برای برقراری رابطه بین این دو متغیر استفاده شد. با کاربرد این تابع ها، بسیاری از محدودیت های آماری مانند توزیع های حاشیه ای مختلف در هر متغیر، برطرف شد. در این پژوهش ابتدا شاخص RDI و ارزیابی شدت و مدت خشک سالی نتیجه شده از آن در شش شهر استان خراسان شمالی بحث شد. سپس چندین توزیع آماری برای نیکویی برازش بررسی شد و توزیع پارتوی تعمیم یافته برای شدت و مدت خشک سالی ایستگاه بجنورد و توزیع نمایی برای سایر ایستگاه ها انتخاب شد. وانگ و همکاران (۲۰۲۱) نیز توزیع پارتوی تعمیم یافته را توزیع مناسب برای تحلیل شدت و مدت خشک سالی های شمال شانچی چین گزارش کردند. مصباح زاده و همکاران (۲۰۲۰) نیز برای شدت خشک سالی های استان یزد، توزیع پارتوی تعمیم یافته و برای مدت خشک سالی توزیع پارتوی تعمیم یافته و نمایی را از مناسب ترین توزیع ها تشخیص دادند. برخی از پژوهش گران مانند دانش زاده و همکاران ۲۰۱۹ هم به توصیه ی شیائو و مدرس (۲۰۰۹) از توزیع گاما و نمایی به ترتیب برای شدت و مدت خشک سالی استفاده کرده اند. برای انتخاب توزیع دو متغیره ی نهایی، از رابطه ی بین توزیع های حاشیه ای با ۲۶ تابع کاپولای مختلف و روش بهینه سازی درست نمایی، سنجه های تابع های مزبور برآورد

فهرست منابع

- Asadi Zarch M, Sivakumar B, Sharma A. 2015. Droughts in a warming climate: A global assessment of standardized precipitation index (SPI) and reconnaissance drought index (RDI). *Journal of Hydrology*. 526: 183-195.
- Ballarin A, Barros G, Cabrera M, Wendland E. 2021. A copula-based drought assessment framework considering global simulation models. *Journal of Hydrology: Regional Studies*. 38p. <https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2021.100970>
- Bazrafshan O, Zamani H, Shekari M, Singh VP. 2020. Regional risk analysis and derivation of copula-based drought for severity-duration curve in arid and semi-arid regions. *Theoretical and Applied Climatology*. 141: 889-905.
- Daneshzadeh M, Karami H, Sani Khani H, Farzin S, Mousavi FS. 2019. Application of copula functions and intelligent algorithms for analysis of meteorological drought of shahrood. *Iranian Water Research Journal*, 13 (1):91-104. (In Persian).
- Doodman N, Amini M, Jabbariand H, Dolati A. 2021. FGM generated archimedean copulas with concave multiplicative generators. *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 18(2): 15-29.
- Ganguli P. 2014. Probabilistic analysis of extreme droughts in Southern Maharashtra using bivariate copulas. *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 20(1): 90-101.
- GenestC, FavreAC. 2007. Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask.-*Journal of Hydrologic Engineering*, 12 (4):347-368.
- Govindaraju RS. 2019. Review of copulas and their applications in water resources engineering by lan zhang and V. P. Singh. *Journal of Hydrologic Engineering*. 24 (8). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0001824](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0001824).
- Han D, Wang G, Liu T, Xue B, Kuczera G, Xu X. 2018. Hydroclimatic response of evapotranspiration partitioning to prolonged droughts in semiarid grassland. *Journal of Hydrology* 563: 766- 777.
- IPCC. 2013. In: Stocker TF et al (eds) *Climate change 2013: The physical science basis. Contribution of working group I to the fifth assessment Report of the IPCC*. Cambridge University press. Cambridge: <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324>.
- IPCC. 2014. In: Pachauri RK et al (eds) *Climate change 2014: synthesis Report. Contribution of working groups I, II and III to the fifth assessment Report of the IPCC*. Geneva. 151 pp.
- Jahannamayi N, khosravinia P, Sanikhani H, Mirabbasi R. 2020. Bivariate Analysis of Duration and Severity of Drought in Sanandaj and Saqez Stations. *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 11 (2): 131-146. (In Persian).
- Jaser M, Min A. 2021. On tests for symmetry and radial symmetry of bivariate copulas towards testing for ellipticity. *Computational Statistics*. 36:1845-1870 <https://doi.org/10.1007/s00180-020-00994-0>.
- Khalili D, Farnoud T, Jamshidi H, Kamgar-Haghighi AA, Zand-Parsa S .2011. Comparability analyses of the SPI and RDI meteorological drought indices in different climatic zones. *Water Resource Management*, 25(6):1737-1757.
- Li W. 1990. Mutual information functions versus correlation functions. *Journal of Statistical Physics*. 60: 823-837.
- Li F, Zheng Q. 2016. Probabilistic modeling of flood events using the entropy copula, *Advances in Water Resources*, 97: 233-240. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.09.016>.
- Li Z, Shao Q, Tian Q, Zhang L. 2020. Copula-

- based drought severity-area-frequency curve and its uncertainty, a case study of Heihe River basin, China. *Hydrology Research*, 51 (5): 867–881 <https://doi.org/10.2166/nh.2020.173>.
- Ma J, Sun Z. 2011. Mutual Information Is Copula Entropy. *Tsinghua science and technology*, 16(1): 51-54.
- Maleki A, Torkamani MJ. 2015. Drought Management for Optimazation of Water Resources. *Agricultural Economics Research*, 7(1): 65-89. (In Persian).
- Mesbahzadeh T, Mirakbari M, MohseniSaravi M, Soleimani Sardoo F, Miglietta M. 2020. Meteorological drought analysis using copula theory and drought indicators under climate change scenarios (RCP). *Meteorological Applications*. 27(1): <https://doi.org/10.1002/met.1856>.
- Mirabbasi R, Fakheri-Fard A, Dinpashoh Y. 2012. Bivariate drought frequency analysis using the copula method. *Theoretical and Applied Climatology*, 108 (1–2):191–206.
- Mishra AK, Singh VP. 2010. Changes in extreme precipitation in Texas. *Journal of Geophysics Research Atmosphere*. 115(D14):: <https://doi.org/10.1029/2009JD013398>.
- Mishra AK, Singh VP, Desai VR. 2009. Drought characterization: a probabilistic approach. *Stochastic Environment Research Risk Assessment*. 23: 41–55. <https://doi.org/10.1007/s00477-007-0194-2>.
- Mousavi Nadoushani S, Alimohammadi S, Ahani A, Behrouz M, Mousavi SM. 2018. Bivariate drought frequency analysis in Gharesoo-Gorganrud basin by using copulas. *Journal of Water and Soil Conservation*, 25(4): 71-91. (In Persian).
- Nelsen RB. 2007. An introduction to copulas, 2nd ed.; Springer. Science Business Media: New York, NY, USA. 272 p.
- Olyaei M, Zeynolabedin A, Ghiasi B, karbassi A. 2019. Developing combined regional drought index and presenting return period curves using copula function. *Modares Civil Engineering Journal*. 19 (5):167-179. (In Persian).
- Otkur A, Wu D, Zheng Y, Kim JS, Lee JH. 2021. Copula-based drought monitoring and assessment according to zonal and meridional temperature gradients. *Atmosphere*. 12(8): <https://doi.org/10.3390/atmos12081066>
- Sadegh M, Ragno E, Aghakouchak A. 2017. Multivariate copula analysis toolbox (Mv-CAT): describing dependence and underlying uncertainty using a Bayesian framework. *Water Resources Research*. 53: 5166–5183.
- Saghafian B, Mehdikhani H. 2014. Drought characterization using a new copula-based trivariate approach. *Natural hazards*. 72(3): 1391-1407.
- Salvadori G, De Michele C. 2010. Multivariate multi parameter extreme value models and return periods: a copula approach. *Water resources research*. 46(10): <https://doi.org/10.1029/2009WR009040>.
- Serinaldi F, Bonaccorso B, Cancelliere A, Grimaldi S. 2009. Probabilistic characterization of drought properties through copulas. *Physics and Chemistry of the Earth. Parts A/B/C* 34(10–12): 596-605.
- Shamloo N, Faridhosseini A, Alizadeh A, Omidvar J. 2018. Drought monitoring using temperature vegetation dryness index (TVDI) from MODIS satellite images on a regional scale. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*. 12(3): 525-535. (In Persian).
- Shiau JT, Modarres R. 2009. Copula-based drought severity-duration-frequency analysis in Iran. *Meteorological applications*. 16: 481 – 489.
- Shokoohi A. 2012. Comparison of SPI and RDI in drought analysis in local scale with emphasizing on agricultural drought (Case study: Qazvin and Takestan). *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*. 3(1): 111-122. (In Persian).
- Shokoohi A, Morovati R. 2015. Basinwide comparison of RDI and SPI within an

- IWRM Framework. *Water Resources Management*. 29: 1-18.
- Sklar M. 1959. Fonctions de Repartition an dimensions ET Leurs Marges, Publications de l'Institut Statistique de l'Université de Paris. 8: 229-231.
- Tigkas D, Vangelis H, Tsakiris G. 2019. Drought characterisation based on an agriculture-oriented standardised precipitation index. *Theoretical and Applied Climatology*. 135:1435–1447.
- Tigkas D, Vangelis H, Tsakiris G. 2015. DrinC: a software for drought analysis based on drought indices. *Earth Science Informatics*. 8(3): 697-709.
- Tosunoglu F, Kisi O. 2016. Joint modelling of annual maximum drought severity and duration. *Journal of Hydrology*. 543: 406-422.
- Tsakiris G, Nalbantis I, Pangalou D, Tigkas D, Vangelis H. 2008. Drought meteorological monitoring network design for the Reconnaissance Drought Index (RDI). 1st international conference. Drought management: scientific and technological innovations. Zaragoza, Spain.
- Ullah H, Akbar M. 2021. Bivariate homogenous regions and projections based on copula function using RDI and SPI indices for drought risk assessment in Pakistan. *Arab J Geoscience* 14.: <https://doi.org/10.1007/s12517-021-08645-4>
- Vicente-Serrano SM, Begueria S, Lopez-Moreno JJ. 2010. A multiscalar drought index sensitive to global warming: The standardized precipitation evapotranspiration index. *Journal of Climatology*. 23(7):1696–1718.
- Wang J, Rong G, Li K, Zhang J. 2021. Analysis of drought characteristics in northern Shaanxi based on copula function. *Water*. 13: <https://doi.org/10.3390/w13111445>.
- Yang J, Chang J, Wang, Y, Li Y, Hu H, Chen Y, Huang Q, Yao J. 2018. Comprehensive drought characteristics analysis based on a nonlinear multivariate drought index. *Journal of Hydrology*. 557: 651-667.
- Yue S, Ouarda TB, Bobée B, Legendre P, Bruneau P. 1999. The Gumbel mixed model for flood frequency analysis. *Journal of Hydrology*. 226(1–2):88–100.
- Zhang L, Singh VP. 2007. Bivariate rainfall frequency distributions using Archimedean copulas. *Journal of Hydrology*. 332(1–2): 93-109.
- Zhao P, Lü H, Fu G, Zhu Y, Su J, Wang J. 2017. Uncertainty of hydrological drought characteristics with copula functions and probability distributions: a case study of Weihe River, China. *Water*, 9 (5): <https://doi.org/10.3390/w9050334>.



The Probabilistic Analysis of Drought Severity- Duration in North Khorasan Province using Copula Functions

Mehdi Teimouri^{*1}, Omid Asadi Nalivan², Sara Elahi³

1- Assistant Professor, Department of Nature Engineering, Shirvan Faculty of Agriculture, University of Bojnord

2- Ph.D., Graduated in Watershed Sciences and Engineering, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources

3- M.Sc. Graduated in Hydrogeomorphology, Hakim Sabzevari University

Extended Abstract

Introduction and Objective

Droughts have a set of negative environmental, social and economic effects in a region or country. Using a monthly index and its analysis that, in addition to precipitation values, takes into account the effect of evaporation on the numerical value of the index, is very useful in determining drought parameters. Different indices are also a combination of variables with different marginal distributions, and for this purpose, their statistical analysis is difficult. Therefore, in order to determine the structure of dependence between two or more random variables, copula functions can be used, the distribution of margins is separated from the modeling of the structure of dependence between variables.

Materials and Methods

In this study, RDI index was used to determine the severity and duration of drought in 6 stations of North Khorasan province between 1988-2018 and Copula functions were used to analyze the severity and duration. 26 different Copula functions were investigated using different statistical values. Also, two methods of local optimization and Monte Carlo Markov chain simulation with Bayesian estimator were used to numerically estimate the posterior distribution of selected Copula parameters. In order to evaluate the fit of different copulas, the common criteria were used for measuring the fit of different copulas including mean squared error, Bayesian information criterion, Akaike information and Nash-Sutcliffe efficiency criterion.

Results and Discussion

In all stations, the values of correlation coefficient with Pearson and Kendall tests were positive and had

Article Type: Research Article

*Corresponding Author E-mail: M.teimouri@ub.ac.ir

Citation: Teimouri, M., Asadi Nalivan, O., Elahi, S. 2023. The Probabilistic Analysis of Drought Severity-Duration in North Khorasan Province using Copula Functions. *Watershed Management Research*. 36(2): 36-52.

DOI: 10.22092/wmrj.2022.359052.1479

Received: 18 June 2022 , **Received in revised form:** 17 July 2022, **Accepted:** 21 September 2022,

Published online: 22 June 2023

Watershed Management Research, VOL. 36, No. 2, Ser. No: 139, Summer 2023, pp. 36-52.

Publisher: Fars Agricultural and Natural Resources Research and Education Center

©Author(s)



the same trend. The results of the Kolmogorov-Smirnov test at a significance level of five percent for choosing the optimal distribution showed that the generalized Pareto distribution was selected for the intensity and duration of Bojnord station and the exponential distribution for other stations was selected as the appropriate fitted distribution. The optimal function for Bojnord, Maneh and Semelghan stations was Burr function, Jajarm and Shirvan stations, Joe function, Farouj station, Galambos function and Esfarayen station, BB1 function. The results of the local optimization method are highly consistent with the Markov chain Monte-Carlo method. For the 100-year return period, the drought severity at bojnord station is 6.8, at esfarayen station, drought severity is 7.8, at faruj station, drought severity is 7.5, at jajarm station, drought severity is 7.8, at the station in manesemelghan, the drought severity was 8 and in shirvan station, the drought intensity was 2.8.

Conclusion and Suggestions

The current study shows the high capability of copula functions in solving two-variable problems and recommends the use of all possible functions in choosing marginal distributions and copula in solving problems. Also, the high correspondence between the two methods of local optimization and Markov chain Monte Carlo for estimating the parameters of the functions is probably due to the short statistical period used. Investigating the capabilities of these functions in solving multivariate problems, implementing other Monte Carlo Markov chain estimators, and using longer data to compare different optimization algorithms are suggested in future researches.

Keywords: AIC, BIC, Copula Function, maximum likelihood, reconnaissance Drought Index